

PROPRIETA' DEI LOGARITMI- TEORIA

1- LOGARITMO DI UN PRODOTTO

Regola: Il logaritmo di un prodotto e' uguale alla somma dei logaritmi dei singoli fattori

$$\log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$$

oppure:

la somma di due o più logaritmi nella stessa base è uguale al logaritmo del prodotto tra gli argomenti

Esempio:

$$\log_2(4x) = \log_2 4 + \log_2 x = 2 + \log_2 x$$

$$\log(5x) + \log 7 = \log(5x \cdot 7) = \log 35x$$

2- LOGARITMO DI UN QUOZIENTE

Regola: Il logaritmo di un quoziente e' uguale alla differenza tra il logaritmo del dividendo e il logaritmo del divisore

$$\log_a(b/c) = \log_a b - \log_a c$$

oppure:

la differenza tra due logaritmi nella stessa base è uguale al logaritmo del rapporto tra gli argomenti

Esempio:

$$\log_2 \frac{3}{x} = \log_2 3 - \log_2 x$$

$$\log(5x) - \log 7 = \log \frac{5x}{7}$$

3- LOGARITMO DI UNA POTENZA

Regola: Il logaritmo di una potenza di un numero positivo e' uguale al prodotto dell'esponente per il logaritmo della base della potenza

$$\log_a(b^c) = c \log_a b$$

Esempio:

$$\log_2 x^5 = 5 \log_2 x$$

$$\log_2 \sqrt{x} = \log_2 x^{1/2} = \frac{1}{2} \log_2 x$$

$$\log_2 \sqrt[3]{x} = \log_2 x^{1/3} = \frac{1}{3} \log_2 x$$

$$\log_2 \sqrt[3]{x^2} = \log_2 x^{2/3} = \frac{2}{3} \log_2 x$$

PROPRIETA' DEI LOGARITMI- ESERCIZIO N°1

	logaritmo di un'espressione	calcola il valore del logaritmo dell'espressione, applicando le proprietà dei logaritmi
1	$\log_{\frac{1}{3}} \sqrt[3]{\frac{9\sqrt{27}}{\sqrt{3}}}$	$\frac{1}{3} \log_{\frac{1}{3}} \frac{9\sqrt{27}}{\sqrt{3}} = \frac{1}{3} (\log_{\frac{1}{3}} (9\sqrt{27}) - \log_{\frac{1}{3}} \sqrt{3}) = \frac{1}{3} (\log_{\frac{1}{3}} 9 + \log_{\frac{1}{3}} \sqrt{27} - \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{3}} 3) =$ $= \frac{1}{3} (-2 + \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{3}} 27 - \frac{1}{2} \cdot (-1)) = \frac{1}{3} (-2 + \frac{1}{2} \cdot (-3) + \frac{1}{2}) = \frac{1}{3} \cdot (-3) = -1$
2	$\log_2 \frac{8 \sqrt[3]{32\sqrt{8}}}{\sqrt[5]{16\sqrt{2}}}$	
3	$\log_3 \sqrt{3\sqrt{3}\sqrt{3}}$	
4	$\log_2 \sqrt{\frac{4\sqrt[3]{2}}{\sqrt{2}}}$	
5	$\log \frac{1000}{\sqrt[5]{100}}$	
6	$\ln \sqrt{\frac{e\sqrt{e}}{\sqrt[3]{e^2}}}$	
7	$\log_3 \frac{\sqrt[3]{81}}{27\sqrt{3}}$	
8	$\log (10 \sqrt{\sqrt{10}\sqrt{10}})$	
9	$\log_{25} \left(\frac{5\sqrt{5}\sqrt[3]{5}}{\sqrt[4]{5}} \right)^{\frac{1}{2}}$	

PROPRIETA' DEI LOGARITMI- ESERCIZIO N°2

	logaritmo di un'espressione	applica le proprietà dei logaritmi e, dove è possibile, la definizione di logaritmo, in modo da ottenere una somma algebrica
1	$\log_2 \sqrt{\frac{4\sqrt[3]{a}}{3}}$	$\frac{1}{2} \log_2 \frac{4\sqrt[3]{a}}{3} = \frac{1}{2} (\log_2 4 + \frac{1}{3} \log_2 a - \log_2 3) = \frac{1}{2} \cdot 2 + \frac{1}{6} \log_2 a - \frac{1}{2} \log_2 3 =$ $= 1 + \frac{1}{6} \log_2 a - \frac{1}{2} \log_2 3$
2	$\log \frac{\sqrt{10a}}{\sqrt[3]{100a^2b}}$	
3	$\ln \frac{\sqrt{a \cdot e \sqrt{a}}}{\sqrt[3]{a \cdot e}}$	
4	$\log_3 \frac{\sqrt[3]{81a^2}}{27\sqrt{a}}$	
5	$\log a (\sqrt{\sqrt{a\sqrt{a}}})$	
6	$\log \left(\frac{a\sqrt{b}\sqrt[3]{a}}{3\sqrt{a}} \right)^{\frac{1}{2}}$	
7	$\log \frac{x^3 b}{y^2 - x}$	
8	$\ln \frac{\sqrt{a-e}}{\sqrt[3]{a \cdot e}}$	
9	$\log_2 \left(\sqrt{\frac{a+2}{\sqrt{a+2}}} \right)^3$	